

ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И РАЗРУШЕНИЕ МЕТАЛЛА

Богатов А.А.

(Уральский федеральный университет)

Остаточные напряжения, возникающие после снятия различного рода воздействий на деформируемое тело (кристаллизация слитка; обработка давлением; сварка; резание; химико-термическая, термическая и термомеханическая виды обработки; ускоренный нагрев и охлаждение и т.п.), оказывают существенное влияние на долговечность изделий и точность их размеров. Разрушение металла под воздействием остаточных напряжений является, как правило, хрупким и зависит от относительных значений интенсивности остаточных касательных напряжений T^0 / τ_s и среднего нормального остаточного напряжения σ^0 / τ_s . Здесь T^0 - интенсивность касательных остаточных напряжений; σ^0 - среднее нормальное остаточное напряжение, а τ_s - сопротивление деформации при чистом сдвиге. Существенное влияние на долговечность изделий оказывает величина поврежденности металла ω , характеризующая состояние дислокационной структуры и плотность распределения микропор и микротрещин в единице объема. Важными факторами разрушения металла являются химический и фазовый составы, а также зеренная структура. Для бездефектного металла поврежденность равна нулю $\omega=0$, а в момент макроразрушения $\omega=1$. Значения поврежденности $\omega = \omega_*$ и $\omega = \omega_{**}$ связаны с критериями микроразрушения металла. В диапазоне изменения поврежденности $0 < \omega \leq \omega_*$ наблюдается интенсивное увеличение плотности дислокаций и сопротивления деформации. Стимулирование процессов возврата и особенно рекристаллизации путем нагрева металла после деформации приводит к полному "залечиванию" поврежденности металла. В диапазоне изменения поврежденности $\omega_* < \omega \leq \omega_{**}$ и особенно при $\omega_{**} < \omega < 1$ наблюдается появление микропор, микротрещин и микрополостей, которые при температурах возврата не залечиваются, но могут быть устранены при рекристаллизации с наложением объемного напряжения сжатия. Этот процесс стимулируется пластической деформацией.

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Внешние механическое и тепловое воздействия на деформируемый металл, а также внутренние процессы фазовых превращений, кристаллизации, рекристаллизации и диффузии сопровождаются геометрическим изменением окрестности любой частицы сколь угодно малых размеров. В основе математического описания геометрических изменений объектов положена гипотеза о сплошности деформируемой среды, благодаря которой процесс формоизменения малой окрестности некоторой частицы тела $M_0(x_i)$ за время $d\tau$ можно представить в виде разложения в ряд непрерывной функции приращения перемещения du_i . За малый промежуток времени $d\tau$ отрезок M_0M_1 в малой окрестности частицы M_0 перемещается в положение $M'_0M'_1$, при этом происходит изменение его длины и поворот относительно точки M_0 , которые характеризуются тензорами второго ранга: приращения деформаций с компонентами

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(du_{i,j} + du_{j,i}) \text{ и приращения углов поворота с компонентами}$$

$$d\Phi_K = \frac{1}{2}(du_{i,j} - du_{j,i}).$$

Формоизменение малой окрестности частицы M_0 сопровождается появлением напряжений, величина которых определяется тензором напряжений с компонентами σ_{ij} и зависит от свойств деформируемой среды, в общем

случае обладающей упруго-вязко-пластическими свойствами. Для количественной оценки напряженно-деформированного состояния используются инвариантные характеристики: N и Λ - интенсивность скорости и степень деформации сдвига; ε - относительное изменение объема; σ и T - среднее нормальное напряжение и интенсивность касательных напряжений. Модель деформируемой среды отображает связь инвариантных характеристик напряженного и деформированного состояний.

После снятия внешних воздействий и прекращения действия внутренних процессов происходит остаточное формоизменение окрестности частицы M_0 при разгрузке, в результате которой изменяется поле напряжений. Оставшиеся в деформированном теле напряжения σ_{ij}^0 называются остаточными. Заметим, если в процессе деформации разгрузки все точки окрестности частицы M_0 заняли первоначальное положение, то остаточные напряжения равны нулю $\sigma_{ij}^0=0$. В противном случае имеет место неполная разгрузка, а уровень остаточных напряжений можно характеризовать показателями: относительное значение интенсивности касательных остаточных напряжений T^0 / τ_s ; относительное значение среднего нормального остаточного напряжения σ^0 / τ_s и показатель Лоде μ_σ^0 .

Возникновение остаточных напряжений можно пояснить на примере трехстержневой системы [1]. Все стержни имеют одинаковый

диаметр d_0 и длину ℓ_0 , подвешены к жесткому основанию и скреплены недеформируемым жестким брусом. Модули нормальной упругости крайних стержней равны $E_1 = E_3$, а для среднего стержня модуль Юнга имеет меньшее значение $E_2 < E_1 (< E_3)$. Под действием растягивающей силы P все стержни получают одинаковое удлинение $\Delta \ell_1 = \Delta \ell_2 = \Delta \ell_3 = \Delta \ell$, т.к. скрепляющий их брус жесткий. Можно подобрать такую силу P , под действием которой стержни 1 и 3 деформируются пластически, а стержень 2 - упруго. После снятия нагрузки стержни 1 и 3 упруго разгрузятся до напряжения

$$\sigma_1 = \sigma_3 = 0, \text{ но длина их } \ell_1 = \ell_3$$

превосходит первоначальное значение ℓ_0 . В стержне 2 в результате упругой разгрузки до длины $\ell_2 = \ell_1 = \ell_3$ сохранится напряжение $\sigma_2 > 0$ и соответствующая ему потенциальная энергия Π_2 , под действием которой стержни 1 и 3 получат дополнительную деформацию сжатия, а стержень 2 упруго укоротится. Деформация сжатия стержней 1 и 3 продолжится до момента, пока не наступит равновесие $\Pi_2 = \Pi_1 + \Pi_3$. Таким образом, из-за различия в механических свойствах отдельных элементов системы нагружение ее силой P с последующей разгрузкой приводит к появлению остаточных напряжений $\sigma_2^0 > 0; \sigma_1^0 = \sigma_3^0 < 0$, уравновешенных в

рассматриваемой системе стержней: $\sum_{i=1}^3 \sigma_i F_i = 0$,

где F_i - поперечные сечения стержней.

Применение бруса, скрепляющего стержни, с упругими свойствами при нагрузке и последующей разгрузке приведет к его искривлению, а во всех стержнях и бросе возникнут остаточные напряжения.

Таким образом, пластическое формоизменение в условиях высокой неоднородности температурного и деформационного полей способствует неоднородному распределению механических свойств в объеме деформируемого тела, возникновению после разгрузки остаточных напряжений и существенному отклонению размеров заготовки от номинальных значений.

Известные методы расчета остаточных напряжений в деформируемом теле основаны на использовании сформулированной Г.Генки теоремы о разгрузке, смысл которой сводится к следующему: "Остаточные напряжения σ_{ij}^0 равны разности между истинными напряжениями в упруго-пластическом теле σ_{ij} и теми

напряжениями σ_{ij}^e , которые возникли бы в идеально упругом теле под действием заданных внешних механических и тепловых воздействий":

$$\sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij} - \sigma_{ij}^e. \quad (1)$$

Для изотермических условий нагружения эта теорема была доказана А.А.Ильюшиным [2]. При появлении вторичных пластических деформаций аналогичная теорема сформулирована и доказана В.В. Москвитиным [3]. В частном случае упругой разгрузки обе теоремы дают одинаковые результаты.

При использовании теоремы о разгрузке для определения остаточных напряжений требуется вычислить напряженное состояние для реального и фиктивного упругопластических тел. Заметим, что теорема о разгрузке предполагает одновременное начало разгрузки во всем объеме тела, что характерно для задач нестационарного течения, но не выполнимо для стационарного течения металла, т.к. разгрузка в разных точках деформируемого тела начинается неодновременно.

Если к моменту начала разгрузки в деформируемом теле с достаточной точностью определены компоненты тензора конечной пластической деформации ε_{ij}^p , то остаточные напряжения можно определить из условия минимума функционалов вариационных принципов возможных изменений напряженного и деформированного состояний [4]:

$$J(\sigma_{ij}^{*(0)}) = \frac{1}{2} \int_v A_{ijk} \sigma_{ij}^{*(0)} \sigma_{hk}^{*(0)} dv + \int_v \sigma_{ij}^{*(0)} \varepsilon_{ij}^p dv \quad \text{и} \quad (2)$$

$$J'(\varepsilon_{ij}^{*(0)}) = \frac{1}{2} \int_v A_{ijk}^{-1} (\varepsilon_{ij}^{*(0)} - \varepsilon_{ij}^p) \cdot (\varepsilon_{hk}^{*(0)} - \varepsilon_{hk}^p) dv, \quad (3)$$

где индекс (*) означает виртуальные напряжения или деформации, A_{ijk} - матрица, а A_{ijk}^{-1} - транспонированная матрица, коэффициентов обобщенного закона Гука: $\varepsilon_{ij}^{(e)} = A_{ijk} \sigma_{hk}^{(0)}$ и $\sigma_{ij}^{(e)} = A_{ijk}^{-1} \varepsilon_{hk}^{(e)}$.

Широкое применение получил метод определения остаточных напряжений из решения связанной краевой задачи термоупругопластичности в течение всего периода формоизменения тела, его остывания и разгрузки после окончания пластической деформации [5]. Решение системы дифференциальных уравнений равновесия, геометрических уравнений, определяющих соотношений для пластической области и упругой разгрузки и уравнения нестационарной теплопроводности с использованием начальных и граничных условий

осуществляется с помощью метода конечных элементов. Остаточные напряжения в такой постановке определяются как напряжения, действующие в теле после снятия внешних воздействий и после его остывания.

Результат решения задачи по расчету остаточных напряжений не должен зависеть от выбранного метода, однако точность полученного решения зависит от правильности выбора модели деформируемой среды, от которой зависят определяющие соотношения, входящие в систему уравнений механики сплошной среды. Для оценки точности определения остаточных напряжений используются экспериментальные методы: механические методы, рассмотренные И.А.Биргером [6], основаны на изготовлении образцов, специальным способом вырезанных из детали с целью разгрузки, деформирования их до состояния с первоначальными размерами, определение с помощью тензодатчиков, наклеенных на поверхность образца разгрузочных напряжений и расчет остаточных напряжений. Широкое применение для оценки остаточных напряжений получил рентгеновский метод [7]. Примеры успешного применения экспериментальных методов представлены в [8].

А.В.Тропотовым были выполнены расчеты остаточных напряжений разными способами для простейших случаев нагружения и приведено сравнение с опытными данными. На рис.1 показаны результаты расчета остаточных напряжений по толщине листа с различным соотношением радиуса кривизны R нейтрального сечения после пластического изгиба к толщине листа S из стали 45 и хромомолибденовой стали. Линии 1 и 2 получены расчетом по теореме о разгрузке для упрочняемого и для идеально пластического тела, а линия 3 получена расчетом с помощью вариационного принципа В.Койтера. Точками на рис.1в показаны экспериментальные данные. видно, что для условий плоского изгиба листа при нагружении изгибающим моментом без действия поперечных сил остаточное напряжение σ_{xx}^0 , рассчитанное разными методами, находится в хорошем соответствии с экспериментальными данными, полученными методом послойного сострагивания [9].

На рис.2 приведены расчетные и экспериментальные значения остаточного напряжения $\sigma_{x\varphi}^0$ в цилиндрическом образце после пластического кручения. Видно, что в осевой зоне образца $\sigma_{x\varphi}^0$ имеет положительное, а на периферии - отрицательные значения. Линии 1 и 2 соответствуют расчетам для упрочняемого и идеально-пластического тела, а линии 3 и 4 получены с помощью вариационного принципа Койтера с различным числом членов ряда Ритца. Точки соответствуют опытным данным, полученным при послойной обточке образцов [10].

Приведем расчетные и экспериментальные данные об остаточных напряжениях в шейке цилиндрического образца после пластического растяжения. Аналитические решения задач по определению напряжений при пластическом и упругом растяжении известны [12,13], поэтому для расчета остаточных напряжений целесообразно использовать теорему о разгрузке.*

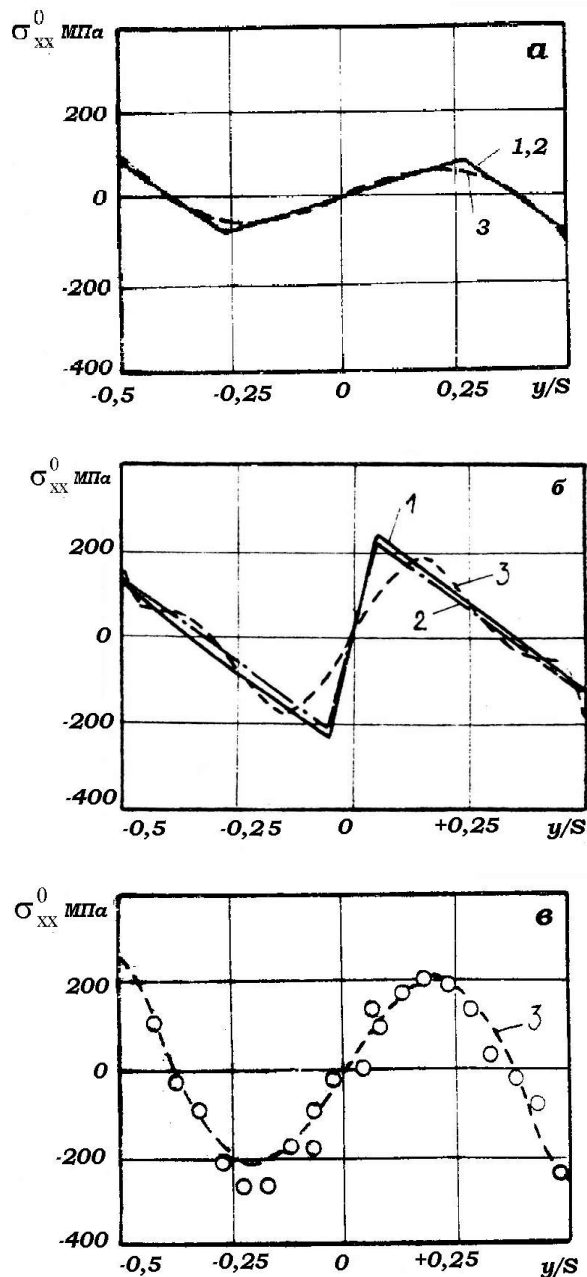


Рис.1. Остаточные напряжения в листе после изгиба: а - сталь 45, $R/S=200$; б - сталь 45, $R/S=25$; в - хромомолибденовая сталь, $R/S=59,7$

*) Тропотов А.В. Разработка математической модели прогнозирования разрушения металла под действием остаточных напряжений при обработке давлением.- Екатеринбург, УГТУ-УПИ, 1983 (диссертация).

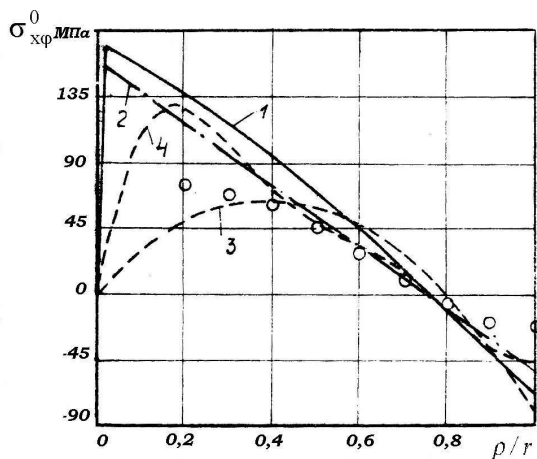


Рис.2. Остаточные напряжения в цилиндрическом образце после скручивания.

На рис.3 представлено распределение продольных σ_{xx}^0 (1), радиальных $\sigma_{\rho\rho}^0$ (2) и окружных $\sigma_{\phi\phi}^0$ (3) остаточных напряжений. Расчетные данные получены для идеально-пластического материала с отношением диаметра к радиусу контура шейки в наименьшем сечении $d/R = 2,2$. Точками и линиями 1', 2' и 3' обозначены соответствующие значения остаточных напряжений, полученные путем рассверливания образцов после растяжения [11]. Отметим хорошее соответствие характера распределения расчетных и экспериментальных данных.

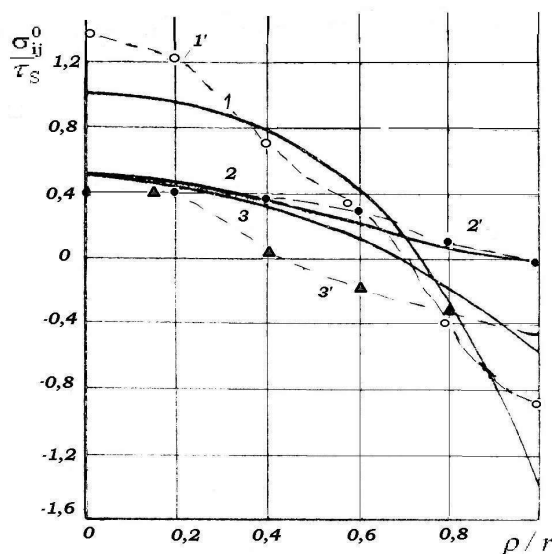


Рис.3. Остаточные напряжения в шейке цилиндрического образца после растяжения

2. РАЗРУШЕНИЕ МЕТАЛЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Напряженное состояние в некоторой точке М деформируемого тела можно оценить однозначно с помощью трех показателей:

относительное среднее нормальное напряжение σ/τ_s , показатель Лоде μ_σ относительное значение интенсивности гасательных напряжений T/τ_s , которое в пластической области равно единице. Здесь τ_s - сопротивление деформации металла при частичном сдвиге. Известно, что с увеличением показателей σ/τ_s и μ_σ пластичность металла уменьшается [15]. При некотором достаточно большом значении $(\sigma/\tau_s)_{nx}$ разрушение происходит без видимой пластической деформации. Можно указать такое значение $(\sigma/\tau_s)_n$, при котором разрушение металла не наступит даже после большой пластической деформации. На рис.4 изображена диаграмма пластичности $\Lambda_p(\frac{\sigma}{\tau_s}, \mu_\sigma)$, которая

иллюстрирует на качественном уровне закономерности изменения пластичности металла в области вязкого разрушения, а также значения

показателя $\frac{\sigma}{\tau_s} > \left(\frac{\sigma}{\tau_s}\right)_{nx}$, характеризующие

протяженность области хрупкого разрушения, и

значения показателя $\frac{\sigma}{\tau_s} < \left(\frac{\sigma}{\tau_s}\right)_n$,

характеризующие область существования явления неограниченной пластичности [12].

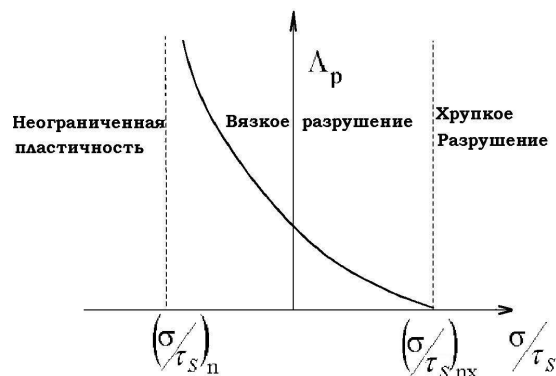


Рис.4. Диаграмма пластичности материала

Задержанное разрушение металла под действием остаточных напряжений,

характеризующихся показателем $\frac{\sigma^0}{\tau_s} > \left(\frac{\sigma}{\tau_s}\right)_{nx}$,

осуществляется хрупко. Об этом свидетельствуют многочисленные примеры разрушения отливок, изделий после обработки давлением или термообработки, полученных с применением нерациональных режимов обработки, спровоцировавших остаточные напряжения с

отношением $\frac{\sigma^0}{\tau_S} > \left(\frac{\sigma}{\tau_S} \right)_{\text{пх}}$. Развитию

задержанного разрушения металла под действием остаточных напряжений, по-видимому, способствует увеличение показателя T^0 / τ_S .

Следует иметь в виду, что грубая литая структура, наличие микротрещин и микропор, характеризующих уровень поврежденности металла ω , высокая скорость нагружения и пониженная температура способствуют уменьшению критического значения относительного среднего нормального напряжения

$\left(\frac{\sigma}{\tau_S} \right)_{\text{пх}}$ и стимулируют процесс разрушения

металла под действием остаточных напряжений.

Значение $\left(\frac{\sigma}{\tau} \right)_{\text{пх}}$ зависит также от вида девиатора

напряжений, характеризуемого показателем Лоде

$$\mu_\sigma = 3 \frac{S_2}{S_1 - S_3}, \quad \text{где} \quad S_i = \sigma_i - \sigma \quad -$$

нормальные компоненты девиатора напряжений, вычисленные в базисе собственных векторов тензора напряжений $i=1,2,3$.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДЕРЖАННОГО РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛА

Изучение процесса разрушения металла на реальном или натурном объекте (отливка, заготовка, изделие и т.п.) практически невозможно из-за высоких трудозатрат и дороговизны опытов. В связи с этим физическое моделирование исследуемого процесса является целесообразным [13].

Основными факторами, определяющими процесс задержанного разрушения, являются: поврежденность металла (ω); показатели напряженного состояния (σ^0 / τ_S ; T^0 / τ_S и μ_σ^0); химический и фазовый состав, а также структура сплава. Целевой функцией является время до разрушения. Важным является разработка способа испытания образцов, позволяющего перечисленные выше факторы изменять в опытах независимо друг от друга.

На рис.5 изображена принципиальная схема работы приспособления к испытательной машине для изучения длительной прочности. Приспособление смонтировано в стане 1, состоящей из двух пластин, соединенных четырьмя колоннами, состоит из втулки 5, ползуна 2, соединенного с демпфером 3, упорной гайки 4, пружины 6 и месдозы 7, соединяющей ползун 2 и образец 8. Станина 1 соединяется с верхним, а образец 8 с нижним захватами испытательной

машины. При перемещении ползуна 2 вниз, пружина 6 сжимается с силой $P_y = c \cdot \Delta$, где c - жесткость пружины, а Δ - регулируемый зазор между гайкой и втулкой.

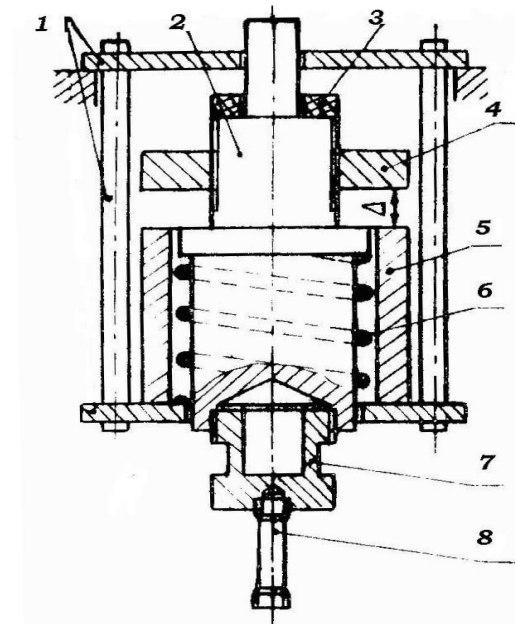


Рис.5. Схема приспособления к испытательной машине для изучения длительной прочности материала

В дальнейшем осуществляется пластическая деформация, в процессе которой

накапливается поврежденность металла [12]:

$$\omega = \int_0^{\Lambda_1} \frac{a \Lambda^{a-1}}{\Lambda_p^a} d\Lambda, \quad (4)$$

где $\Lambda_1 = 2\sqrt{3} \ln \frac{d_0}{d_1}$ - степень деформации

сдвига, соответствующая изменению диаметра образца от d_0 до d_1 ; a и Λ_p - определяющие соотношения механики вязкого разрушения [12]. По окончании процесса пластической деформации образца до степени деформации сдвига $\Lambda = \Lambda_1$, значение которой меньше Λ_p , нагрузка полностью снимается, а затем образец вновь нагружается силой P_y . Таким образом, в образце возникают остаточные напряжения σ_{ij}^0 , которые определяются по теореме о разгрузке (рис.3), а при повторном упругом нагружении образца силой P_y возникают суммарные напряжения, которые определяются суперпозицией напряжений

$$\sigma_{ij}^{\Sigma} = \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}^e. \quad (5)$$

Исследования показали, что наибольшие значения поврежденности металла ω и интенсивности касательных напряжений на стадии задержанного разрушения T^{Σ} / τ_S имеют место в осевой зоне наименьшего сечения шейки образца. Отношение T^{Σ} / τ_S в опытах поддерживалось меньше единицы ($T^{\Sigma} / \tau_S < 1$). Если допустить значение $T^{\Sigma} / \tau_S = 1$, то наступает пластическая деформация и время до разрушения будет минимальным $t_p \rightarrow 0$. Заметим, что при пластической деформации формула (5) теряет смысл, т.к. остаточные напряжения σ_{ij}^0 не оказывают существенного влияния на значения компонентов тензора пластической деформации при повторном нагружении. В опытах было показано, что процесс задержанного разрушения интенсифицируется, если поврежденность металла и относительное значение интенсивности касательных напряжений превосходят критические величины:

$$T^{\Sigma} / \tau_S > \left(\frac{T^{\Sigma}}{\tau_S} \right)_* ; \quad \omega > \omega_*, \quad \text{где} \quad \left(\frac{T^{\Sigma}}{\tau_S} \right)_* \approx 0,85, \quad \text{а} \\ \omega_* \approx 0,25.$$

Дифференциальное уравнение задержанного разрушения можно представить в виде

$$d\omega = f_1(T^0 / \tau_S) \cdot f_2(\omega) d\tau. \quad (6)$$

Аналогичное уравнение было получено Ю.Н.Работновым при исследовании накопления поврежденности металла при ползучести. А.В.Тропотов сконструировал функции f_1 и f_2 и успешно решил уравнение (6), осуществив анализ задержанного разрушения толстостенных труб после безоправочного волочения, проволоки после волочения, прутков после гидропрессования, а также для случая сложного упругого нагружения изделий с остаточными напряжениями, известным образом распределенных в объеме.

4. ВЛИЯНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕТАЛЛОПРОДУКЦИИ

Характер влияния остаточных напряжений, как и любых упругих напряжений, независимо от прохождения, определяется их знаком и величиной показателей: σ^0 / τ_S ; T^0 / τ_S и μ_{σ^0} . Принято

считать, если $\frac{\sigma^0}{\tau_S} < 0$, то действие остаточных

напряжений может быть даже полезным. Известны методы поверхностного деформирования деталей и термической обработки приводящие к появлению в поверхностных слоях сжимающих остаточных напряжений, в результате чего увеличивается их долговечность [6,8]. Если показатель

$$\frac{\sigma^0}{\tau_S} > \left(\frac{\sigma}{\tau_S} \right)_{\text{нх}},$$

показатель T^0 / τ_S превосходят критические значения, то возникает угроза хрупкого разрушения, снижается долговечность деталей [14], кроме того, уменьшается коррозионная стойкость материала, возникает опасность перехода материала в пластическое состояние

при невысоких нагрузках, вызывающих упругие напряжения σ_{ij}^e , так как суммарные

напряжения σ_{ij}^{Σ} , определенные по формуле (5) в некоторых локальных объемах отвечают условию пластической деформации. Последнее обстоятельство приводит к искажению формы детали в процессе эксплуатации, особенно при повышенных температурах, и снижению работоспособности изделий. Остаточные напряжения в детали при знакопеременном нагружении их в процессе эксплуатации как правило вызывают преждевременное разрушение. Остаточные напряжения способны вызвать искажение размеров изделия, выполненных вначале в пределах допуска: изменение соотношения размеров профиля, изгиб в разных плоскостях, коробление, возникновение непланшетности и т.п.

Для предотвращения этих явлений, например при прокатке сложных профилей проката, применяют теплоотражательные экраны, форсунки для локального охлаждения, используют режимы прокатки, способствующие более однородной деформации и однородному полю температур [15]. Хороший эффект дает повторная правка изделий с высокой степенью однородности деформированного состояния по объему.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Остаточные напряжения возникают в заготовках или деталях, претерпевших в процессе обработки воздействие неоднородных температурного и деформационного полей, а также имеющих неоднородное распределение механических свойств по объему. С точки зрения оценки их влияния на долговечность деталей остаточные напряжения можно подразделять на "полезные" и "вредные".

Искажение размеров изделия под воздействием нерациональных режимов обработки при изготовлении, либо в процессе эксплуатации

приводят к уменьшению срока их службы. В некоторых случаях остаточные напряжения приводят к разрушению изделия. Условиями хрупкого разрушения являются превышение показателей напряженного состояния и величины поврежденности металла в исходном состоянии критических значений. Для исследования закономерностей задержанного разрушения металла используется дифференциальное уравнение накопления поврежденности материала (6).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1.Седов Л.И. Механика сплошной среды, т.1. - М: Наука, 1973.
- 2.Ильюшин А.А. Пластичность. -М.: Изд-во АН СССР, 1963.
- 3.Москвитин В.А. Пластичность при переменных нагружениях. -М.: Изд-во МГУ, 1965.
- 4.Койтер В.Т. Общие теоремы теории упруго-пластических сред Пер. с англ. - М.: изд-во ИЛ, 1961.
- 5.Поздеев А.А., Няшин Ю.И., Трусов П.В. Остаточные напряжения: Теория и приложения. - М.: Наука, 1982.
- 6.Биргер И.А. Остаточные напряжения. -М.: Машгиз, 1963.

7.Давиденков Н.Н. В кн. Рентгенография в применении к исследованию материалов. - М.: Изд. ОНТИ, 1936.

8.Соколов И.А., Уральский В.И. Остаточные напряжения и качество металлопродукции. - М.:Металлургия, 1981.

9.Давиденков Н.Н., Шевандин Е.М. Исследование остаточных напряжений, создаваемых изгибом. - Журнал технической физики, 1939, 9, №12.

10.Peiter A. Mechanische Eigenschaften und Eigenspannmengen ersters Art von Kaltverfestigtem Betoustalt. Archiv fur das Eigenhiittenwesen, 1967, 38, №8.

11.Parker E. Davis H., Flanigan A. A study of the tension test. -Proceedings of the ASTM, 1946,46.

12. Богатов А.А. Механические свойства и модели разрушения металлов. Екатеринбург, Изд. УГТУ-УПИ, 2002.

13.Седов Л.И. Методы подобия и размерностей в механике, 6-е изд. - М.: Наука, 1967.

14.Богатов А.А., Тропотов А.В. О влиянии начальной поврежденности металла на длительную прочность и долговечность. Проблемы прочности, 1983, вып.11.

15.Скороходов А.Н., Зудов Е.Г, КиричковА.А., Петренко Ю.П. Остаточные напряжения в профилях и способы их снижения. - М.:Металлургия, 1985.